

## Superledere og Meissner-effekt

Den spesifikke, elektriske motstand  $\rho$  i de fleste materialer avtar langsomt med avtagende temperatur  $T$ . I noen få tilfeller går den så plutselig til null som vist i figuren. Slike materialer sies å bli superledende. I alle superledere finnes det nesten frie ledningselektroner. På grunn av den elektriske vekselvirkningen med de faste ionene i gitteret, går

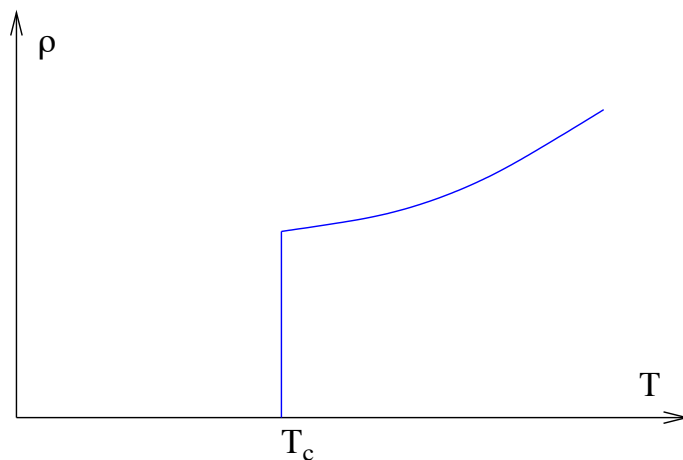


Figure 1: Den elektriske motstand blir null i en superleder for temperaturer lavere enn den kritiske.

elektronene i en superleder ved tilstrekkelige lave temperaturer inn i en kvantemekanisk tilstand hvor de effektivt parer seg to og to. Slike par kalles Cooper-par etter han som foreslo denne mekanismen første gangen - og som senere fikk Nobel-prisen for sitt bidrag. Antall slike par  $n_s$  per volumenhet varierer med temperaturen til materialet som vist i

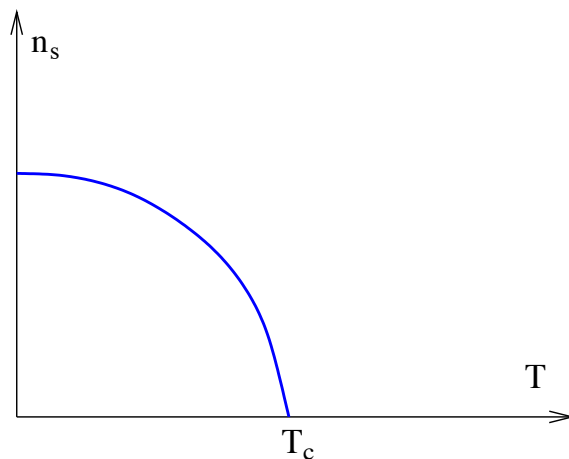


Figure 2: Superledende Cooper-par finnes bare for temperaturer under den kritiske.

figuren. For temperaturer  $T > T_c$  finnes det ingen slike par lenger og  $T_c$  kalles den kritiske

temperaturen.

Hvert slikt par satt sammen av to fermioner blir da på et vis en ny bosonisk partikkel. Det er derfor alle parene kan være i samme kvantetilstand. De vil dermed alle ha samme impuls og hastighet. Dette er mulig i kvantemekanikken, men vanskelig å forestille seg i klassisk fysikk. Når superlederen befinner seg i et magnetfelt beskrevet ved vektorpotensialet  $\mathbf{A}$ , er ikke lenger impulsen  $\mathbf{p}$  og bevegelsesmengden  $m\mathbf{v}$  for hver slik partikkel den samme som i klassisk mekanikk. Derimot er det en direkte konsekvens av gauge-invarians at

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} + q\mathbf{A} \quad (1)$$

hvor  $q = 2e$  er den elektriske ladning for et Cooper-par.

Vi sier ofte at alle partikkelparene i samme kvantetilstand inngår i et kondensat i analogi med hva vi har i klassisk fysikk. Er kondensatet uniformt i rommet, kan det ikke ha noen impuls. Men likevel vil hvert Cooper-par ha en hastighet gitt ved  $m\mathbf{v} = -q\mathbf{A}$  som nå er et meget overraskende resultat av gauge-invarians. Det vil derfor være en elektrisk strøm  $\mathbf{J}_s = qn_s\mathbf{v}$  i superlederen som kan skrives som

$$\mathbf{J}_s = -\frac{n_s q^2}{m} \mathbf{A} \quad (2)$$

Dette er London's ligning, funnet før ideen om Cooper-par var foreslått.

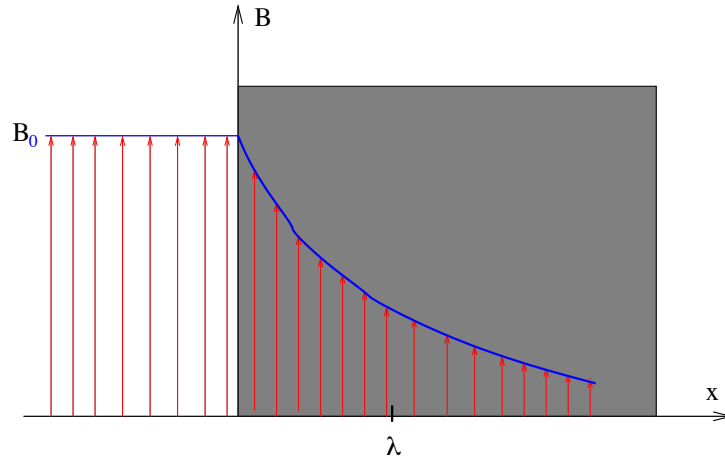


Figure 3: Når  $T < T_c$  trenger et ytre magnetfelt bare litt inn i en superleder.

Et enda mer nyttig resultat får vi når vi kombinerer denne ligning med Maxwell's fjerde ligning. Denne skriver vi som  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$  hvor strømmen  $\mathbf{J}$  nå inneholder *alle* strømmer, frie, bundne og superledende. I vårt tilfelle med superstrømmen  $\mathbf{J}_s$  finner vi dermed den viktige relasjonen  $\nabla \times \mathbf{B} = -(\mu_0 n_s q^2 / m) \mathbf{A}$ . Dens fysiske betydning blir klar når vi så tar curl av begge sider. Venstre side av ligningen forenkles ved å benytte identiteten

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} \quad (3)$$

hvor  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  ifølge Maxwell's tredje ligning. På høyre side bruker vi at  $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ . Dermed har vi

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \kappa^2 \mathbf{B} \quad (4)$$

hvor nå  $\kappa^2 = \mu_0 n_s q^2 / m$ . Dette kalles også for London's ligning da den er en direkte konsekvens av (2). Denne ligningen forklarer nå en av de viktigste egenskapene til superledere, nemlig Meissner-effekten.

Tenk deg at du har en superleder som er plassert slik at materialet ligger helt i området  $x > 0$ . Befinner den seg nå i et ytre magnetfelt  $B_0$  langs  $z$ -aksen, vil dette inni superlederen være beskrevet av London's ligning (4). Da vi bare har variasjon i  $x$ -retningen, forenkles den nå til

$$\frac{d^2 B}{dx^2} = \kappa^2 B$$

Den har enkle løsninger i form av eksponentialfunksjoner. Da det er fysisk umulig at

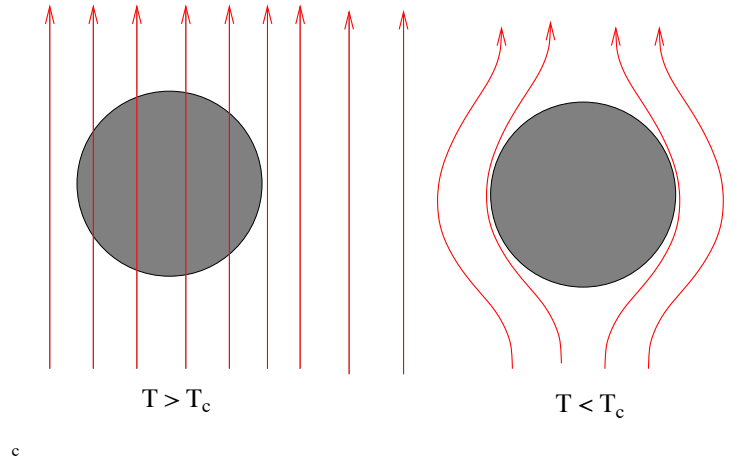


Figure 4: Meissner-effekten består i at magnetfeltet blir presset ut av en superleder når temperaturen  $T < T_c$ .

magnetfeltet vokser inni superlederen, ser vi at den akseptable løsningen er

$$B = B_0 e^{-\kappa x} \quad (5)$$

hvor  $B_0$  er feltet utenfor superlederen. Dette er vist i Fig.3. Magnetfeltet trenger bare inn i superlederen et lite stykke gitt ved penetrasjonslengden  $\lambda = 1/\kappa$ . Numerisk er den mikroskopisk liten som betyr at magnetfeltet ikke trenger inn i superlederen. Men når antall  $n_s$  Cooper-par blir mindre, vokser  $\lambda$  og feltet trenger lenger inn. For  $T > T_c$  er  $n_s = 0$  og magnetfeltet går uhindret gjennom superlederen. Dette er Meissner effekten som vanligvis fremstilles med en superledende sylinder som vist i den siste figuren.

Finn R.